



## DESEMPENHO DO MODELO RNG K- $\epsilon$ PARA UM ESCOAMENTO-3D EM UMA CURVA DE SEÇÃO RETANGULAR

**Eugênio S. Rosa**

**Rigoberto E. M. Morales**

**Arlindo de Matos**

**Fernando A. França**

Universidade Estadual de Campinas, Departamento de Energia

Cx Postal 6122 – CEP. 13083-970 – Campinas, SP, Brasil

**Resumo.** *É realizada uma comparação da capacidade de simulação do modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  de renormalização de grupos, RNG, contra dados experimentais de um escoamento em uma curva de 90 graus assim como com um modelo de referência, o  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão. O escoamento, isotérmico e incompressível, é tri-dimensional e caracterizado por camadas limites se desenvolvendo junto às paredes de um duto de seção retangular com um Reynolds de 224000. As simulações mostraram que para Reynolds elevados, os modelos  $\kappa$ - $\epsilon$  e RNG- $\kappa$ - $\epsilon$  não diferem entre si significativamente. Além disto, comparando-se com os dados experimentais, constata-se que os modelos conseguem reproduzir satisfatoriamente os perfis médios de velocidade porém desviam, significativamente, na energia cinética turbulenta e nas tensões turbulentas.*

**Palavras-chave:** *turbulência, curvatura, RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ ,  $\kappa$ - $\epsilon$*

### 1. INTRODUÇÃO

A curvatura das linhas de corrente em escoamentos turbulentos 2-D causa significativa alteração nas propriedades destes escoamentos. Particularmente em uma curva plana, a energia cinética turbulenta é amplificada junto à parede côncava, e efeito oposto é observado na parede convexa. Analisando a camada limite de escoamentos sobre superfícies planas e curvas, Bradshaw (1987) verificou que a amplificação e o amortecimento da turbulência são acompanhados por variações de até 10% no fator de atrito. O fenômeno ocorreu mesmo em camada limite com espessura da ordem de (1/100) do raio de curvatura da superfície. Nos escoamentos em regime laminar a variação do fator de atrito é muito menor, até 1%, para a mesma razão entre a espessura da camada limite e o raio de curvatura. O cenário é, certamente, mais complexo nos escoamentos turbulentos 3-D, isto é, onde há o surgimento de escoamento secundário e a existência de uma vorticidade média longitudinal (Bradshaw, 1987). Estes processos também influenciam a estrutura dos parâmetros turbulentos. A análise de escoamentos turbulentos em curvas deve considerar, então, não somente efeitos de curvatura das linhas de corrente, mas

também a influência simultânea de campos tri-dimensionais na alteração de suas propriedades. Este trabalho se insere neste contexto: simulando um escoamento em um duto curvo de 90 graus, utilizando dois modelos de turbulência,  $\kappa$ - $\epsilon$  de renormalização de grupos *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  e  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão, e comparando os resultados com dados experimentais publicados (Kim e Patel, 1994), tem por objetivo analisar os efeitos combinados de curvatura das linhas de corrente e tri-dimensionalidade do campo nos parâmetros turbulentos. A solução do modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão é utilizada como referência numérica.

As curvas planas são geometrias simples mas, mesmo assim, não há muitos estudos experimentais e/ou numéricos relatando aspectos da estrutura do campo turbulento nestas singularidades, tais como a energia cinética e tensões turbulentas. Su e Friedrich (1994), utilizando a técnica de Simulação de Grandes Escalas (LES), obtiveram o campo de velocidades e os contornos de vorticidade para o escoamento completamente desenvolvido em uma curva. Luo e Lakshminarayana (1997), incorporando diferentes versões dos modelos de turbulência de tensões de Reynolds e  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão, obtiveram os perfis de velocidade média e as tensões turbulentas em dutos bi-dimensionais e em curvas de 90° e 180°. Mais recentemente, Sotiropoulos e Ventikos (1998) realizaram um estudo numérico em duto tri-dimensional curvado de 90°, empregando modelos isotrópicos,  $k$ - $\omega$  e o próprio  $k$ - $\epsilon$  padrão, assim como dois modelos variantes do  $k$ - $\omega$  não-linear. Como parte da conclusão, os autores apontaram que nenhum dos modelos testados, isotrópicos ou não, previu satisfatoriamente o aumento da energia cinética turbulenta e da tensão de cisalhamento junto à parede côncava.

Entre os trabalhos experimentais pode-se citar Humphrey *et al.* (1981) e Kim e Patel (1994). Humphrey *et al.* (1981) mediram o escoamento utilizando anemometria Laser-Doppler para obter as componentes da velocidade e os tensores de Reynolds para números de Reynolds e Dean iguais a  $4.0 \times 10^4$  e  $2.6 \times 10^4$ , respectivamente. Kim e Patel (1994) mediram as grandezas turbulentas no escoamento em desenvolvimento em um duto reto de seção retangular com razão de aspecto 6:1, ao qual se seguia uma curva de 90°. Os dados publicados trazem informações sobre a estrutura tri-dimensional turbulenta, e são uma base comparativa adequada para testes de modelos.

O estudo numérico dos fenômenos de turbulência em dutos curvos 3D é certamente um desafio: há a complexidade física inerente ao campo do escoamento, previamente apresentada, e há a complexidade geométrica do domínio computacional. Estes dois aspectos, combinados, motivaram a realização deste trabalho. No que se refere ao domínio computacional, a solução das equações de transporte em uma malha cartesiana é bem estabelecida e relativamente simples, quando comparada à utilização de coordenadas curvilíneas generalizadas. Sem recorrer ao uso de um código gerador de malha curvilínea, este trabalho apresenta uma formulação simplificada para a modelagem do escoamento em uma curva. O atrativo da simplicidade de utilização da malha cartesiana resulta da redução do tempo e da capacidade de armazenamento computacionais, variáveis que podem ser decisivas na solução numérica de problemas tri-dimensionais. O fenômeno é modelado com uma formulação cartesiana para dutos de paredes retas. A região da curva é introduzida na modelagem pela inserção de termos fontes e porosidades na malha. Esta proposição é similar à utilizada por Jayanti (1990). A Fig. 1 ilustra o procedimento adotado.

Nesta formulação numérica específica para escoamento em curva, a turbulência é modelada com o *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  (Yakholt *et al.* 1992) e o  $k$ - $\epsilon$  padrão (Launder e Spalding, 1974). Os resultados numéricos são comparados com aqueles disponíveis na base de dados experimentais de Kim e Patel (1994). Assim, pode-se verificar a capacidade de simulação dos dois modelos em escoamentos com curvatura das linhas de corrente e campos tri-dimensionais, além de compará-los entre si, tendo a solução do modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão como referência. Os dados experimentais foram obtidos para configuração mostrada esquematicamente na Fig. 2.

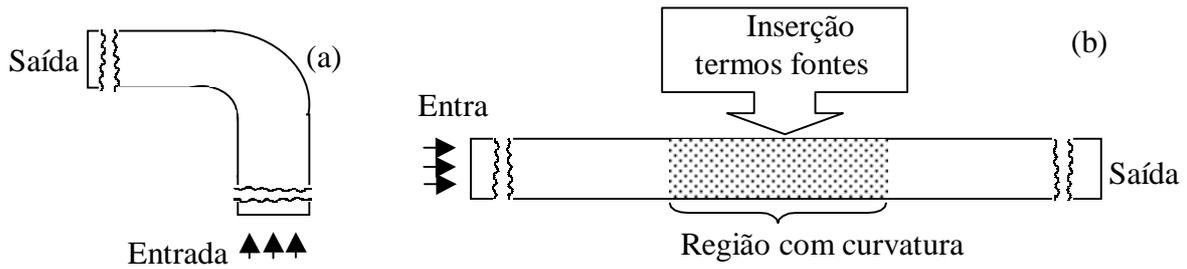


Fig. 1 – Formulação para o escoamento em um duto curvo: (a) simulação completa utilizando coordenadas curvilíneas ou (b) simulação em uma malha cartesiana, similar àquela utilizada em um duto de paredes retas.

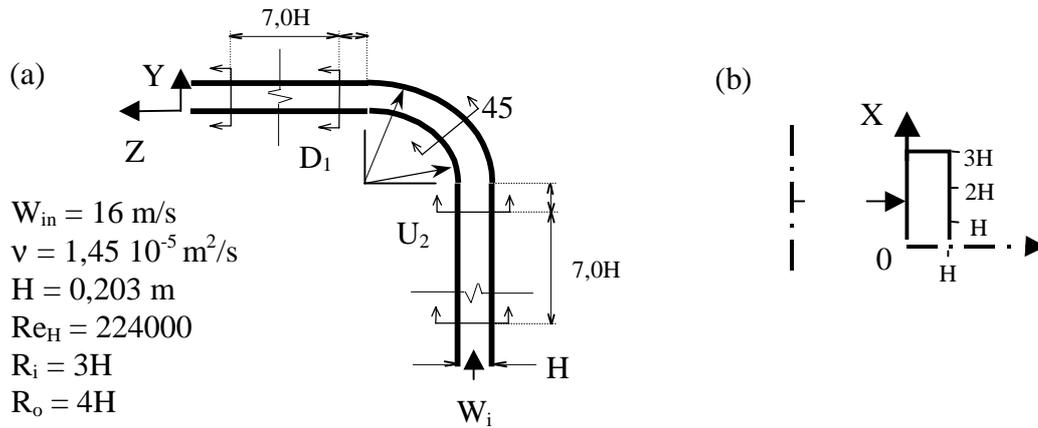


Figura 2 – Representação esquemática do duto curvo (a) e seção transversal (b).

## 2. MODELOS DE TURBULÊNCIA

Os modelos  $\kappa$ - $\epsilon$  e RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  são modelos isotrópicos para a viscosidade turbilhonar e utilizam a hipótese de Boussinesq. O tensor de Reynolds correlaciona-se com o tensor médio das deformações  $S_{ij}$  por meio da viscosidade turbulenta  $\nu_t$ :

$$\overline{u_i u_j} = -2\nu_t S_{ij} + \frac{2}{3}k \cdot \delta_{i,j}; \quad \text{onde} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right), \quad (1)$$

$k$  é a energia cinética turbulenta e  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker. Por sua vez, a viscosidade turbulenta é obtida resolvendo-se a energia cinética turbulenta,  $k$ , e a taxa de dissipação do escoamento,  $\epsilon$ ,

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}. \quad (2)$$

As diferenças entre os modelos  $\kappa$ - $\epsilon$  e RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  são apresentadas de forma sucinta a seguir.

### 2.1 Modelo $\kappa$ - $\epsilon$ padrão (Launder e Spalding, 1974)

$C_\mu$  é uma constante experimental cujo valor é 0,09. Por sua vez, a energia cinética turbulenta  $k$  e a dissipação  $\epsilon$  são determinadas pelas equações de transporte, Eqs. (3) e (4):

$$\frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \frac{\partial k_i}{\partial x_i} \right) + \rho(P_\kappa - \epsilon), \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho U_i \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + \rho \frac{\varepsilon}{k} C_{1\varepsilon} P_\kappa - \rho \frac{\varepsilon^2}{k} C_{2\varepsilon}, \quad (4)$$

onde  $P_\kappa$  é a produção de  $k$  via tensor deformação, Eq. (5):

$$P_\kappa = v_t S^2; \quad \text{onde } S^2 = 2S_{ij}S_{ij} \quad . \quad (5)$$

Os coeficientes  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{1\varepsilon}$  e  $C_{2\varepsilon}$  são constantes e valem, respectivamente, 1,0; 1,3; 1,44 e 1,92. A utilização destes coeficientes, determinados experimentalmente, produz bons resultados em várias aplicações. Entretanto, os coeficientes não são universais. É frequente atribuir-se um desempenho inadequado do modelo  $k$ - $\varepsilon$  padrão aos três coeficientes empíricos da equação de dissipação. Rodi and Scheuerer (1986) e Launder et al. (1977) mostraram que se obtém uma melhora substancial de desempenho com a inserção de novos termos ou correções. Estas, porém, não conferiram a necessária universalidade ao modelo, e suas aplicações ainda se mostraram dependentes da natureza do problema.

## 2.2 Modelo RNG $\kappa$ - $\varepsilon$ (Yakholt *et al.* 1992)

Yakholt *et al.* (1992) derivaram uma variante do modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  padrão, onde as constantes são determinadas analiticamente, baseando-se no método de renormalização de grupos (RNG). Dada a maior fundamentação matemática, quando comparada à abordagem semi-empírica do modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  padrão, argumenta-se que o RNG  $\kappa$ - $\varepsilon$  aplica-se, com melhores resultados, a um conjunto maior de escoamentos. Na implementação, o modelo RNG  $\kappa$ - $\varepsilon$  difere do modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  padrão em dois aspectos: (i) nos valores dos coeficientes constantes,

$$(\sigma_\kappa, \sigma_\varepsilon, C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_\mu) = (0,7194; 0,7194; 1,42; 1,68; 0,0845) \quad (6)$$

e (ii) a inclusão de um termo fonte adicional,  $R$ , na equação de transporte para a dissipação:

$$R = \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \frac{C_\mu \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right)}{1 + \beta \eta^3}; \quad \text{ou} \quad R = \rho \frac{\varepsilon^2}{k} R^* \quad \text{onde} \quad R^* = \frac{C_\mu \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right)}{1 + \beta \eta^3}, \quad (7)$$

O parâmetro adimensional,  $\eta$ , é definido por  $\eta = S \cdot k / \varepsilon$ , e  $\eta_0 = 4,8$ ,  $\beta = 0,012$ . Postula-se que é a inserção deste termo fonte adicional na equação da dissipação que supera inconsistências do modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  padrão.

## 3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A equação geral de transporte é expressa na Eq. (8):

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}^\phi = S^\phi \quad (8)$$

onde  $\phi$  é uma propriedade genérica,  $\mathbf{J}^\phi$  é o tensor de transporte e  $S^\phi$  o termo fonte. As variáveis  $\phi$ , o tensor  $\mathbf{J}^\phi$  e o fonte  $S^\phi$  para as equações de conservação de massa, momento, energia cinética turbulenta e dissipação são apresentadas na sua forma cartesiana na Tabela 1.

Na Tabela 1, as direções  $x$  e  $y$  são ortogonais a direção principal do escoamento enquanto que  $z$  é paralela. As velocidades  $U$ ,  $V$  e  $W$  correspondem as direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. O

coeficiente de difusão é representado genericamente por  $\Gamma$  e os valores que ele assume em cada equação estão apresentados na sua coluna correspondente.

Tabela 1 – Tensor de transporte e termo fonte para as equações de conservação.

	$\phi$	$\Gamma$	$J_x^\phi$	$J_y^\phi$	$J_z^\phi$	$S^\phi$	Eq.
Conservação Massa	<b>1</b>	0	$\rho U$	$\rho V$	$\rho W$	0	(9)
Conservação Momento X	<b>U</b>	$\rho(v + v_t)$	$\rho U U - \Gamma \frac{\partial U}{\partial x}$	$\rho V U - \Gamma \frac{\partial U}{\partial y}$	$\rho W U$	$-\frac{\partial P}{\partial x}$	(10)
Conservação Momento Y	<b>V</b>	$\rho(v + v_t)$	$\rho U V - \Gamma \frac{\partial V}{\partial x}$	$\rho V V - \Gamma \frac{\partial V}{\partial y}$	$\rho W V$	$-\frac{\partial P}{\partial y} + j \cdot \frac{\rho W W}{y^j}$	(11)
Conservação Momento Z	<b>W</b>	$\rho(v + v_t)$	$\rho U W - \Gamma \frac{\partial W}{\partial x}$	$\rho V W - \Gamma \frac{\partial W}{\partial y}$	$\rho W W$	$-\frac{1}{y^j} \frac{\partial P}{\partial z} - j \cdot \frac{\Gamma W}{(y^j)^2}$	(12)
Energia Cinética Turbulenta	<b>k</b>	$\rho \frac{v_t}{\sigma_K}$	$\rho k U - \Gamma \frac{\partial k}{\partial x}$	$\rho k V - \Gamma \frac{\partial k}{\partial y}$	$\rho k W$	$\rho(P_k - \epsilon)$	(13)
Dissipação K- $\epsilon$	<b><math>\epsilon</math></b>	$\rho \frac{v_t}{\sigma_\epsilon}$	$\rho \epsilon U - \Gamma \frac{\partial \epsilon}{\partial x}$	$\rho \epsilon V - \Gamma \frac{\partial \epsilon}{\partial y}$	$\rho \epsilon W$	$\underbrace{\rho \frac{\epsilon}{K} C_{1\epsilon} P_k - \rho \frac{\epsilon^2}{K} C_{2\epsilon}}_{k-\epsilon \text{ padrão}}$ $\underbrace{\rho \frac{\epsilon}{K} C_{1\epsilon} P_k - \rho \frac{\epsilon^2}{K} (C_{2\epsilon} + R^*)}_{RNG \text{ k-}\epsilon}$	(14)

Nas direções ortogonais ao escoamento o tensor de transporte,  $J_x^\phi$  e  $J_y^\phi$ , ele apresenta os termos convectivos e difusivos. Em particular para direção y, são introduzidos os efeitos de curvatura no modelo por meio do operador  $y^j$ , na parte reta do domínio  $j = 0$  enquanto que na parte curva,  $j = 1$ . Ele atua diretamente no termo difusivo do tensor de transporte. O tensor J na direção do escoamento,  $J_z^\phi$ , contem somente o termo convectivo. O termo de transporte difusivo em z é desprezado nesta direção por uma aproximação de camada limite que torna o escoamento parabólico nesta direção.

O termo fonte  $S^\phi$  assume diferentes expressões de acordo com o tipo de equação de transporte que ele aplica. Para a equação de conservação do momento ele representa o gradiente de pressão, o termo centrífugo e um termo difusivo devido a curvatura do domínio de cálculo. Estes termos fontes constituem uma forma simplificada das equações gerais em coordenadas cilíndrico-polares com a ausência do termo inercial de Coriolis, do termo centrífugo turbulento e de outros termos difusivos. Esta simplificação baseia-se numa análise de ordem de magnitude entre a espessura da camada limite  $\delta$  e o raio de curvatura do canal R que, para o presente caso é da ordem de  $\delta/R \cong 0.06$ . Os termos fonte das equações para k e  $\epsilon$  dependem do tensor deformação do fluido,  $S_{ij}$ , e da produção de energia  $P_k$ . Considerando que  $\delta/R \ll 1$  eles também podem ser expressos, de forma simplificada, como nas Eqs. (15) e (16)

$$S_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x}; S_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y}; S_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right); S_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} \right); S_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (15)$$

$$P_K = S^2 = 2S_{ij}S_{ij} = 2 \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \quad (16)$$

As equações (9)a(14) são discretizadas utilizando-se a técnica dos volumes finitos (Patankar, 1980). A cada célula está associado as áreas das faces, A, e o seu volume V dados pela Eq. (17):

$$A_e = A_w = \Delta y \cdot (y^j \Delta z), \quad A_n = A_s = \Delta x \cdot (y^j \Delta z), \quad A_h = A_l = \Delta y \cdot \Delta x; \quad V = \Delta y \cdot \Delta x \cdot (y^j \Delta z) \quad (17)$$

onde os sub-índices 'w, e'; 's, n' e 'l, h' referem-se, respectivamente as faces nas direções x, y, z no sentido crescente;  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  os espaçamentos da grade numérica e  $y^j$  é um fator geométrico, denominado por porosidade. A porosidade converte as dimensões de área e volume da grade numérica e cartesiana para dimensões físicas do modelo.

Ambos os modelos fazem uso da lei log para como condição de contorno para o primeiro volume de controle adjacente a parede. Esta condição assim como as condições de entrada e saída do domínio são similares àquelas descritas em Rosa et al. 1998.

#### 4. SOLUÇÃO NUMÉRICA

A solução numérica das equações de transporte foi obtida utilizando-se um código comercial, PHOENICS versão 2.1 de 1994. As equações de conservação, Eqs. (9) a (14), são discretizadas por meio de volumes finitos e implementadas na forma semi-parabólica (Patrap and Spalding, 1976). Um esquema híbrido de diferenciação foi utilizado para os termos convectivos e o algoritmo de correção empregado foi o SIMPLEST (Spalding 1994), acoplando os campos de velocidade e de pressão.

As dimensões do domínio computacional, expressas em função da largura do canal H, nas direções (x,y,z) são (3H, H, 15H+ $\pi/2$ ) respectivamente. Na direção z há três regiões: uma a montante da curva com 7.5H, a curva com ( $\pi/2$ ) e outra a jusante da curva com 7.5H. A malha empregada possui (26x50x60) volumes de controle com espaçamento não uniforme nas direções x,y,z, respectivamente. Esta malha mostrou-se adequada às simulações, uma vez que testes com malhas mais refinadas foram conduzidos e revelaram alterações inferiores a 1% no valor de k. Um cuidado particular foi tomado com o espaçamento da malha nas direções normais ao escoamento, isto é, nas coordenadas x e y. A distância do centro do primeiro volume de controle à parede ficou em  $40 < n^+ < 70$  em toda a extensão do canal garantindo a aplicabilidade da lei de parede, onde  $n^+ = u^*n/\nu$ .

O modelo proposto na seção 3 é validado contra o resultado numérico de uma simulação 2-D conduzida na seção X/H=0 utilizando as equações completas (Rosa et al. 1998). Observa-se que para a seção X/H =0 os efeitos dos cantos não se manifestam e os dados experimentais exibem uma simetria revelando que o escoamento se comporta como se fosse bi-dimensional, isto é, ocorrendo no plano YZ somente. Neste plano os resultados da simulação 3-D, apresentados na seção 5, coincidem com aqueles obtidos num modelo que mantém todos os termos e validam as aproximações empregadas.

#### 5. RESULTADOS

Os resultados experimentais e numéricos do escoamento descrito na Fig. 1 são apresentados em termos dos perfis de velocidade W, da energia cinética turbulenta k e da tensão cisalhante  $\overline{wv}$  para três estações, U<sub>2</sub>, 45° e D<sub>1</sub>, com o Reynolds baseado na largura do canal de 224000. Nesta análise serão destacados os efeitos tridimensionais do escoamento, tais como o surgimento de

escoamento secundário, a interferência no escoamento dos cantos da seção retangular da curva, e a ocorrência de um escoamento bidimensional em planos próximos ao especificado por  $X/H = 0$ .

A Fig. 3 mostra os perfis da velocidade longitudinal  $W$ . Os dados experimentais revelam que na estação  $U_2$  o escoamento tem um comportamento típico de camada limite: perfil de velocidade plano no centro do canal com gradientes próximo às paredes. Na estação  $45^\circ$  a velocidade na parede convexa é maior que a da parede côncava como prevê a teoria de escoamento potencial. Finalmente na estação  $D_1$ , observa-se uma camada limite mais espessa na parede convexa do que na côncava. Isto é consistente com o efeito causado pela curvatura côncava que age no sentido de aumentar a turbulência e, conseqüentemente, um aumento da tensão na parede. Os modelos  $\kappa$ - $\epsilon$  e RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  apresentam perfis de  $W$  semelhantes e igualmente satisfatórios com os dados experimentais nas estações  $U_2$  e  $45^\circ$ , porém para a estação  $D_1$  há um acentuado desvio entre os dados experimentais e numéricos para a seção mais próxima da parede,  $X/H = 2.5$ . O surgimento de correntes secundárias devido a curvatura pode ser observado nas estações  $45^\circ$  e  $D_1$  como mostra o gráfico de vetores da Fig. 3. As linhas de vorticidade alinhadas com a direção do escoamento principal concentram-se no canto e-s (“sudeste”), verificando-se um aumento de intensidade da estação  $45^\circ$  para  $D_1$ .

A energia cinética turbulenta  $k$  é mostrada na Fig. 4. Os resultados numéricos e experimentais na estação  $U_2$  são concordantes e revelam um escoamento simétrico com camadas limites se desenvolvendo de forma similar nas duas paredes. Os dados experimentais na estação  $45^\circ$  mostram que a curva causa uma substancial modificação na estrutura turbulenta do escoamento junto às paredes. Como era de se esperar,  $k$  é reduzida junto à parede convexa e amplificada junto à parede côncava. O fenômeno é evidente quando se analisa os dados experimentais para as seções  $X/H = 0$  e  $X/H = 2,0$ , porém não tão destacado quando a seção é próxima a cantos da curva, isto é, para  $x/H = 2,5$ . Na estação  $D_1$ , saída da curva, estas observações não se aplicam: a redução e amplificação de  $k$  não exibem comportamento único entre as paredes côncava e convexa da curva, nas três seções analisadas. Nas estações  $45^\circ$  e  $D_1$  os resultados numéricos divergem dos experimentais nas três seções medidas, isto é, nas paredes convexa e côncava e na seção central da curva. A divergência dos resultados é tanto maior quanto mais se aproxima das paredes planas da curva, isto é, nas seções  $X/H = 2,0$  e  $2,5$ . Na seção  $X/H = 0$ , novamente, os valores experimental exibem uma simetria em relação ao eixo  $Y$ , revelando que o escoamento se comporta como se fosse bi-dimensional, isto é, ocorrendo no plano  $YZ$  somente.

Em toda a extensão do domínio de cálculo os resultados numéricos dos modelos diferem muito pouco entre si. Uma comparação direta entre os modelos  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão e RNG $\kappa$ - $\epsilon$  para previsão de  $k$  é também mostrada na Fig. 4 na forma de contornos de  $k$ . Os contornos realçam estas diferenças nos resultados numéricos: elas ocorrem no canto ‘leste’ da parede interna do curva e indicam que o modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão calcula valores superiores de  $k$  em relação àqueles obtidos com o RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ . Por outro lado, para valores de  $x/H$  inferiores a 1,5 nota-se que o efeito da parede superior desaparece e ambos os modelos prevêem o mesmo comportamento de  $k$  tanto para a parede côncava quanto para a convexa (já foi dito, de certa forma, na introdução do parágrafo). O modelo RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  resulta em pequenas diferenças em relação ao  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão em regiões com altas deformações, como nos cantos da parte curva do duto. Isto pode ser atribuído ao valor reduzido da constante  $C_{\epsilon 2}$  ( $=1.62$ ) quando comparado com 1,9 do  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão que produz menores valores de  $v_t$ .

O perfil da tensão de cisalhamento turbulenta,  $\overline{wv}$  é mostrado na Fig. 5. Na estação a montante da curva,  $U_2$ , os dados experimentais revelam um perfil anti-simétrico das tensões turbulentas  $\overline{wv}$ , compatível com o comportamento observado de  $W$  e  $k$  na mesma estação. Por outro lado nas estações  $45^\circ$  e  $D_1$  o mesmo não ocorre. Tomando-se como referência o perfil da seção  $U_2$ , os dados experimentais mostram uma redução de  $\overline{wv}$  junto à parede convexa e um

substancial aumento perto da parede côncava. Na estação  $D_1$  este comportamento não se repete. Há um relaxamento das tensões junto às paredes devido a ausência da curvatura. Ambos modelos,  $\kappa$ - $\epsilon$  e RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  divergem dos dados experimentais tanto para parede côncava quanto para a convexa. A divergência entre os valores numéricos e experimentais aumenta a medida que se aproxima dos vértices, isto é, para na seção  $X/H=2,5$ .

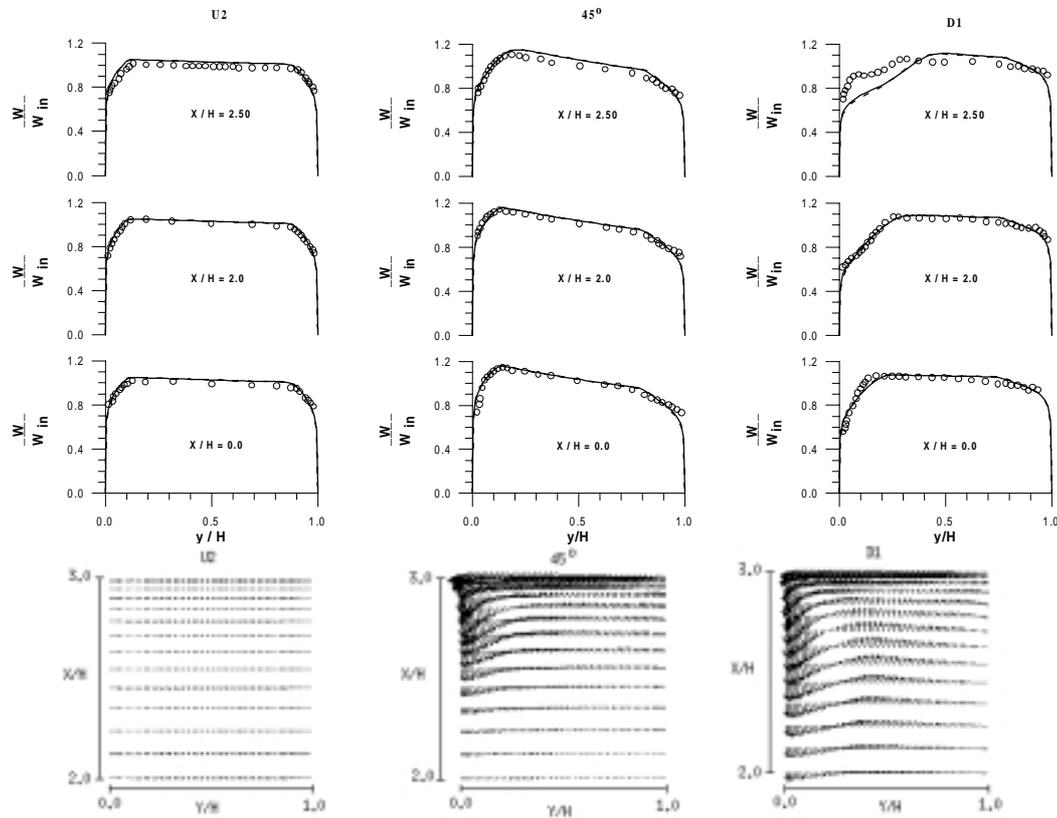


Figura 3 – Perfis de velocidade longitudinal  $W$  e escoamento secundário e vetores de velocidade gerados pelo modelo RNG $\kappa$ - $\epsilon$ . Legenda das linhas: o - Experimental, —  $\kappa$ - $\epsilon$  e - - - RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ .

## 6. CONCLUSÕES

O artigo descreve a simulação do escoamento 3D em um duto curvo de seção retangular impondo força centrífuga e outros termos de forças viscosas espacialmente distribuídos no escoamento de um duto reto. O modelo adota uma aproximação de camada limite e despreza termos inerciais e viscosos da ordem  $\delta/R$ . Uma comparação com uma formulação numérica mais exata mostrou bons resultados com desvios insignificantes. A performance do modelo de turbulência RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  é comparada com o modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão. A previsão do campo de escoamento e outras propriedades turbulentas do escoamento fornecidas por ambos modelos são similares. O campo médio das velocidades foram previstas pelos modelos de modo satisfatório, observou-se a presença do escoamento secundário. Por outro lado a energia cinética turbulenta  $k$ , e as tensões  $\overline{wv}$  apresentaram desvios significativos quando comparados com os dados experimentais. Estes desvios em parte decorrem da natureza isotrópica dos modelos que os tornam incapazes de lidar com os termos extra de deformação tais como aqueles introduzidos pela curvatura, pela corrente secundária e pela presença das paredes ortogonais.

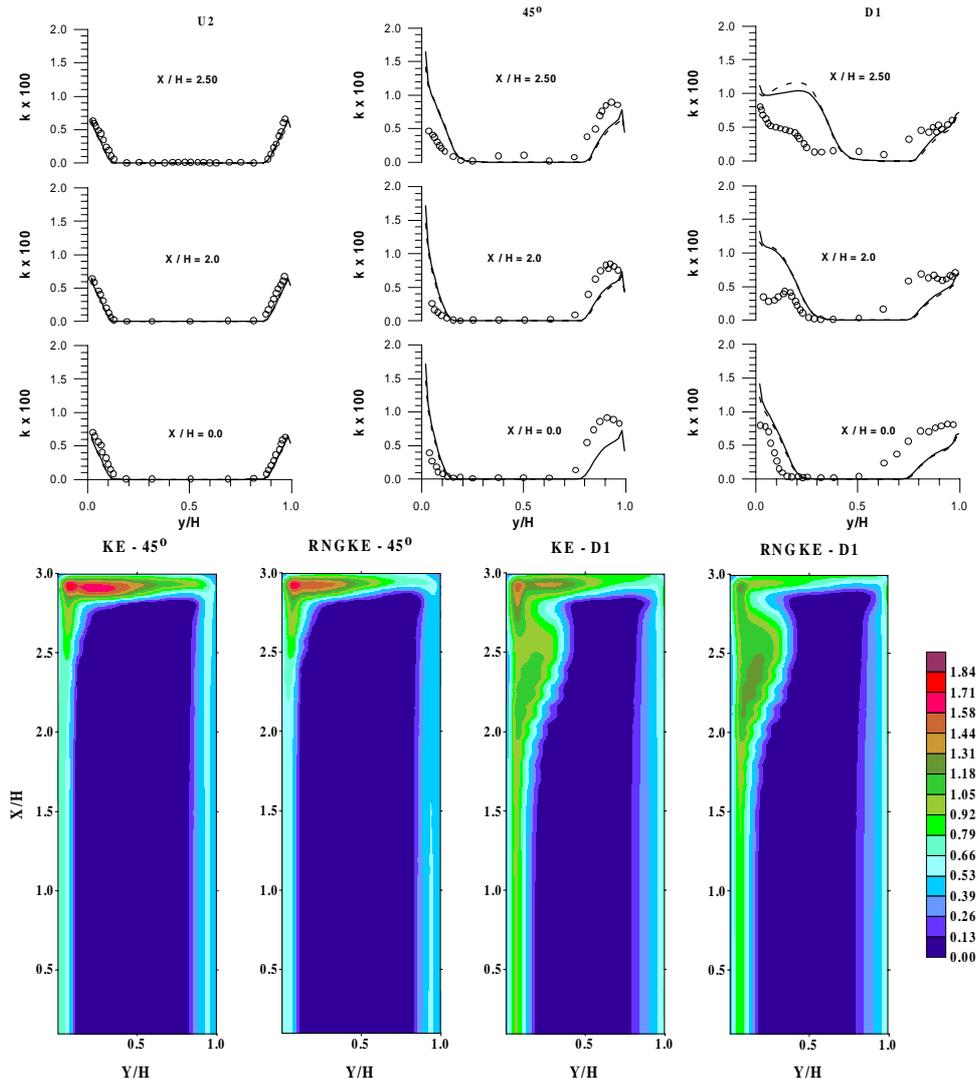


Figura 4 - Perfis de energia cinética turbulenta ( $k$ ) adimensional para estações  $U_2$ ,  $45^\circ$   $D_1$  na seções  $X/H = 0, 2,0$  e  $2,5$  e contorno de  $k$  para estações  $45^\circ$  e  $D_1$ . Legenda das linhas: o - Experimental, —  $\kappa$ - $\epsilon$  e - - - RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ ..

## BIBLIOGRAFIA

- Bradshaw, P., "Turbulent Secondary Flow", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol.19, pp. 53-74,, 1987.
- Humphrey, J. A. C., Whitelaw, J. H. and Yee, G. "Turbulent flow in a square duct with strong curvature", *J. Fluid Mech.*, vol. 103, pp. 443-463, 1981.
- Jayanti, S., Hewitt, G.F. and Kightley, J.R., "Fluid Flow in Curved Ducts", *Int. J.Nun. Meth. In Fluids*, vol.10, pp.569-89, 1990.
- Kim, W. J. and Patel, V.C. "Origin and decay of longitudinal vortices in developing flow in a curved rectangular duct", *J. of Fluids Engineering*, vol. 116, pp. 45-52, 1994.
- Launder, B.E. and Spalding, D.B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Comp. Meth. Appl. Mech. Energy*, vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- Launder, B.E., Priddin, C.H. and Sharma, B.I., "The calculation of turbulent boundary layer of spinning and curved surfaces", *J. Fluids Engr.*, pp.231-239, 1977.
- Luo, J. and Lakshminarayana, B. "Analysis of streamline curvature effects on wall-bounded turbulent flows", *AIAA Journal*, vol. 35, no. 8, pp. 1273-1279, 1997
- Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, 1980.

Patrap, V.S. and Spalding, D.B., "Fluid Flow and Heat Transfer in Three-Dimensional Duct Flows", Int. J. Heat Mass Transf., vol.19, pp. 1183-88, 1976.

Rodi, W. and Scheuerer, G., "Scrutinizing the  $\kappa$ - $\epsilon$  model under adverse pressure gradient conditions", Trans. ASME, vol. 108, June, pp. 174-179, 1986.

Rosa, E.S.; Matos, A.; Mazza, R.A.; Morales, R.E.M. e Franca, F.A.; "Performance do modelo RNG K- $\epsilon$  para Escoamentos em Dutos Curvos", VII ENCIT, vol. II, pp. 1381-1385, Rio de Janeiro, 1998.

Sotiropoulos, F., and Yiannis V.; "Flow Through a Curved Duct Using Nonlinear Two-Equation Turbulence Models", AIAA J., vol. 36, n. 7, pp. 1256-62, 1998.

Spalding, D.B., "The PHOENICS Encyclopedia", CHAM Ltda., London, U.K., 1994.

Su, M. D. and Friedrich, R. "Numerical simulation of fully developed flow in a curved duct of rectangular cross-section" Int. J. Heat and Mass Transfer, vol. 37, no. 8, pp. 1257-1268, 1994.

Yakhot, V., Orzag, S.A., Thangam, S., Gatski, T.B., and Speziale, C.G., "Development of turbulence Models for Shear Flows by a Double Expansion Technique", *Phys. Fluids A*, vol. 4, no. 7, pp 1510-1520, 1992.

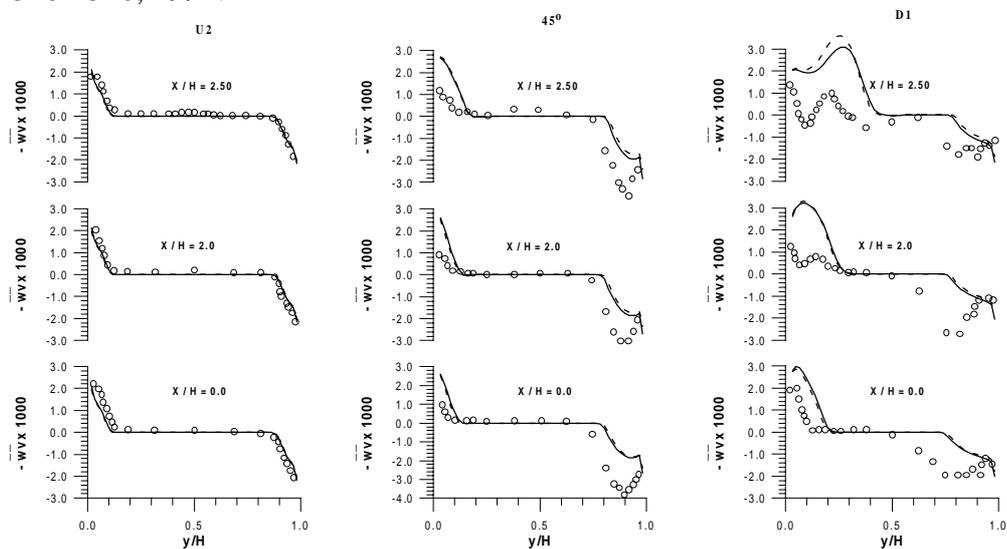


Figura 5 – Perfis de tensão de cisalhamento turbulenta  $wv$  (adimensionais). Legenda das linhas: o - Experimental, —  $\kappa$ - $\epsilon$  e - - - RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ .

## PERFORMANCE OF THE RNG K- $\epsilon$ MODEL FOR A 3-D FLOW IN A CURVED RECTANGULAR DUCT

**Abstract.** The numerical flow simulation in a 90-degree bend of a rectangular duct is performed by imposing a spatially varying centrifugal force and other viscous forces in a straight duct flow. The flow is incompressible and isothermal and occurs in the turbulent regime ( $Re_H = 224000$ ). The resulting set of partial differential equations is solved using PHOENICS computer program. A performance comparison is drawn between the RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  model and the  $\kappa$ - $\epsilon$  standard. It does not show any distinguishing feature between the model's results for this complex tri-dimensional flow field. The mean velocity field is reproduced satisfactorily by the models but both models fail to reproduce the turbulent kinetic energy and the shear stress fields.

**Keywords:** turbulence, curvature, RNG k- $\epsilon$